ESTUDO DE SINAIS COM AUXÍLIO DAS SÉRIES DE FOURIER E APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE LAPLACE PARA DIMENSIONAR FILTROS PASSIVOS

MARTINS, A.A.G[1].; OLIVEIRA, K.F.V.[1]; MARQUES, V.O. [1]; GONÇALVES, M.L[1]; FREITAS, I.S.O.[2]

[1]Discente do curso superior em Engenharia Elétrica IFNMG – campus Montes Claros; [2]Docente do IFNMG – campus Montes Claros;

Resumo

Este estudo investigou inicialmente as componentes espectrais da série de Fourier presentes em sinais periódicos, em seguida o dimensionamento de filtros passivos por meio da transformada de laplace bem como a avaliação da distorção harmônica na saída dos filtros. Com o auxílio do laboratório da presente instituição foi possível avaliar e comparar a diferença entre as distorções harmônicas, estas com ou sem o filtro montado.

Palavras chaves: Filtros, Fourier e Laplace.

Introdução

A análise de Fourier é uma técnica fundamental na área de processamento de sinais e permite decompor um sinal complexo em seus componentes fundamentais, conhecidos como componentes espectrais. Essa abordagem é amplamente utilizada em diversos campos, como engenharia, física, matemática e ciência da computação, para analisar e compreender as características dos sinais.

O espectro de frequências é geralmente representado graficamente em um gráfico chamado de espectro de magnitude ou espectro de amplitude, que mostra as amplitudes dos componentes espectrais em função da frequência. Isso permite visualizar quais frequências estão presentes no sinal e quão fortes são suas contribuições. Para o presente artigo, a análise das séries de fourier se dá pelo estudo da decomposição da série de fourier apresentada na equação (1), e da decomposição na forma trigonométrica compacta apresentada na equação (2).

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n cos(n\omega_0 t) + b_n sen(n\omega_0 t)] \quad (1)$$

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [c_n cos(n\omega_0 t + \vartheta_0)] \quad (2)$$

Uma importante ferramenta matemática a ser estudada é a transformada de Laplace, utilizada na análise de sistemas lineares e invariantes no tempo. Ela permite converter equações diferenciais em equações algébricas no domínio da frequência complexa, facilitando a análise e o projeto de filtros passivos.

Em uma simples definição, filtro é um circuito que apresenta um comportamento típico em função da frequência do sinal a ele aplicado, permitindo a passagem de sinais com certas frequências, enquanto suprime sinais com outras frequências, para dimensionar um filtro passivo, é necessário determinar os valores dos componentes (resistores, capacitores e indutores) de modo que o filtro apresente uma resposta desejada na frequência, estes por sua vez são divididos entre passa alta, passa baixa, passa faixa e rejeita faixa. A transformada de Laplace é especialmente útil nesse processo, pois permite analisar o comportamento do filtro no domínio da frequência complexa.

Material e métodos /Metodologia

Inicialmente seguindo as instruções passadas na parte 1 do trabalho designado pelo docente, com o auxílio das equações (1) e (2) citadas anteriormente, estudamos os sinais presentes na figura 1 com o principal objetivo de determinar e comparar as componentes espectrais da série trigonométrica de Fourier presentes em sinais periódicos. Para isso decompomos os mesmo com o uso das equações de Fourier a fim de encontrar suas componentes ω_0, a_0, a_n, b_n, c_0 e ϑ_0. Com toda a decomposição do sinal feita, conseguimos assim determinar os valores RMS do sinal *v(t)* bem como a distorção harmônica total do mesmo, resultados estes mostrados em seções à frente.

Com os valores RMS e da DHT encontrados para o sinal presente na figura 1A, partimos ao laboratório a fim de criar um filtro passivo, sendo este o filtro passa baixa RC, para diminuir a DHT tendo assim uma melhor qualidade na saída do sinal. Utilizamos os conceitos da transformada de Laplace, onde passamos o circuito apresentado na figura 2A, este no domínio do tempo para o domínio da frequência (Figura 2B).

O objetivo de realizar tal conversão é determinar os melhores valores para o resistor e o capacitor utilizando os componentes disponíveis no laboratório. Para determinar tais valores utilizamos as equações de ganho e fase, função de transferência (3), ganho de tensão e fase (4) (5) e frequência de corte (6).

$$H(\omega) = \frac{1}{1+J\omega RC} \tag{3}$$

$$GV = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \tag{4}$$

$$\alpha = -\, arctg(\omega RC) \tag{5}$$

$$\omega_C = \frac{1}{RC} \tag{6}$$

Resultados e discussão

Com os resultados em mãos, obtemos para o sinal apresentado na figura 1A, o valor RMS de 117.48 e a distorção harmônica total de 35%, restando apenas determinar os valores da resistência e do capacitor para melhorarmos a qualidade deste sinal. Dito isso fomos ao laboratório e listamos os componentes resistivos e capacitivos presentes no laboratório e com base em uma frequência de corte determinada por nós de 754 rad/s, com o auxílio das equações de filtros passivos determinamos que os melhores valores para tais componentes seriam os de 462 Ω para a resistência e de 2.95 µF para o capacitor. Com tais valores conseguimos montar o filtro e determinar o valor RMS, bem como avaliar a diferença do sinal que inicialmente como mostrado na figura 1A que se tratava de uma onda senoidal modificada para uma onda senoidal.

Com o valor RMS em mãos, conseguimos determinar assim nossa DHT presente na equação (7).

$$DHT = \sqrt{\frac{V^2 rms - V_1^2 rms}{V_1^2 rms}} = 12\% \tag{7}$$

O valor encontrado para distorção harmônica total foi de 12%, valor este muito satisfatório atestando assim a eficiência do filtro passa baixa.

Considerações finais

Em resumo, este estudo investigou inicialmente as componentes espectrais da série de Fourier presentes em sinais periódicos, sem seguida o dimensionamento de filtros passivos por meio da transformada de laplace bem como a avaliação da distorção harmônica na saída dos filtros Utilizando os conhecimentos distribuídos em sala de aula, analisamos os sinais de onda senoidal modificadas apresentadas pelo professor a fim de realizar uma comparação entre a distorção harmônica calculada com e sem o filtro, este por sua vez aplicado em laboratório.

Nossos resultados demonstraram que sem o auxílio do filtro obtemos uma distorção harmônica de 35% e já com o auxílio do filtro passa baixa RC montado, a distorção ficou em 12%. Percebe-se uma diferença significativa com o uso do filtro, essa descoberta condiz com o propósito a qual os filtros são aplicados.

Por fim, conclui-se que os resultados obtidos em ambas as partes do roteiro elaborado foram satisfatórios e indicam novas direções para pesquisas futuras. Este estudo contribuiu para o conhecimento de cada discente em sua formação de modo que impactou positivamente para o avanço dos conhecimentos já existentes.

Referências

[1] LATHI, B. P. **Sinais e sistemas lineares**. 2. ed. Porto Alegre, RS: Bookman, 2007.

[2] MUSSOI. F.L.R; ESPERANÇA. C.G. **Resposta em Frequencia: FILTROS PASSIVOS.** 2. ed. Florianópolis, Julho. 2004

Figura 1. Sinais.

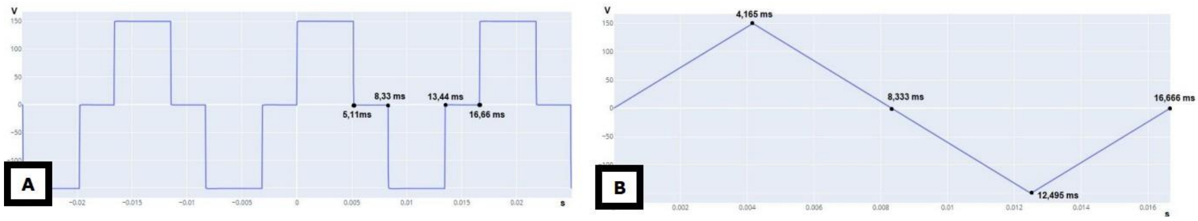

Fig. 1A. Onda senoidal modificada. Fig 1B. Sinal 2. Arquivo Pessoal (2023).

Figura 2. Filtros passa baixa RC.

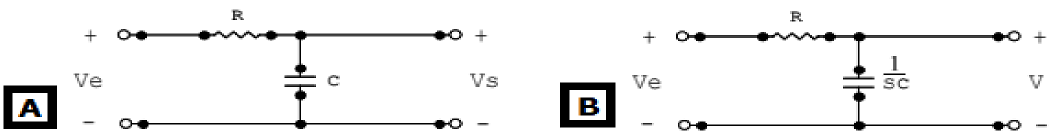

Fig. 2A. Filtro RC no domínio do tempo. Fig 2B. Filtro RC no domínio da frequência. Arquivo Pessoal (2023).

Figura 3. Montagem do filtro RC e sinal no osciloscópio.

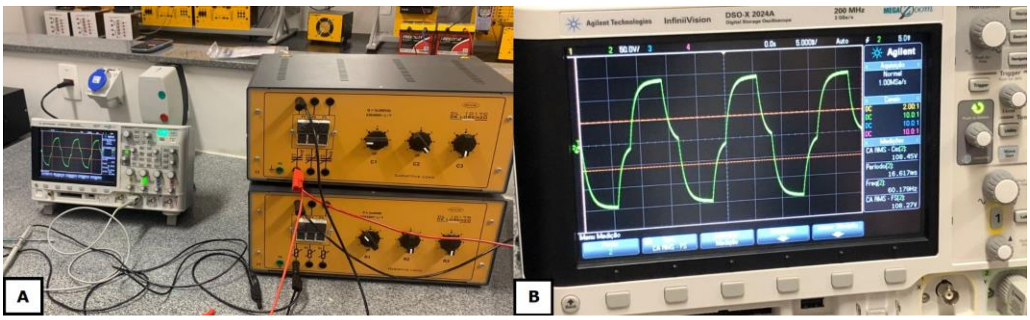

Fig. 3A. Filtro RC montado em laboratório. Fig 3B. Sinal após a aplicação do filtro. Arquivo Pessoal (2023).